TEOREMA DELLE CORDE RIVISITATO

Il teorema delle corde afferma che, date due corde in una circonferenza che si intersechino in un punto, i rispettivi rettangoli aventi le misure dei lati uguali a quelle delle parti in cui le rispettive corde sono divise sono equivalenti. In questo lavoro si fa una dimostrazione del teorema sfruttando l'uso della riga, del compasso e del concetto di equiscomponibilità. Si fa riferimento anche al teorema dello gnomone. Oltre a ciò, si vede che si può riformulare il teorema in questo modo: i rispettivi parallelogrammi costruiti con le misure delle parti in cui le rispettive corde sono divise sono equivalenti. Partiamo proprio col dimostrare quest'ultima proposizione.

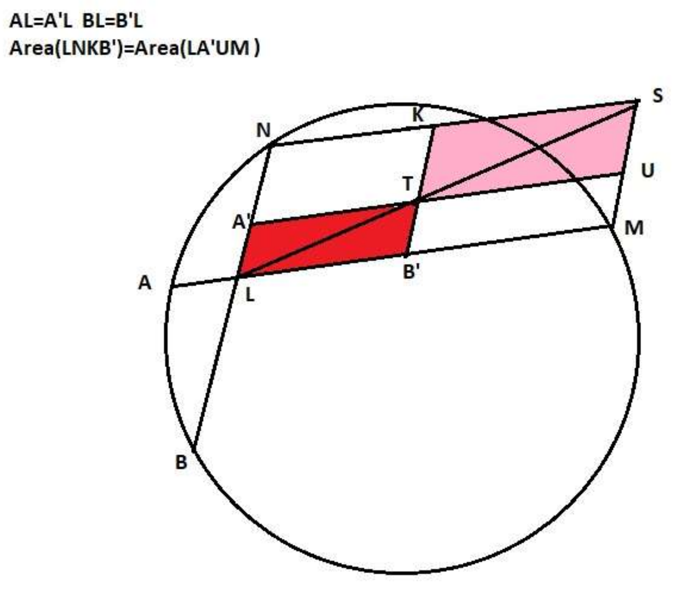
Proposizione

Data una circonferenza e due corde AM e BN che si intersecano nel punto L, i due parallelogrammi aventi per dimensioni rispettive le parti AL e LM della prima corda e le parti BL e LN della seconda corda, sono equivalenti.

Dimostrazione.

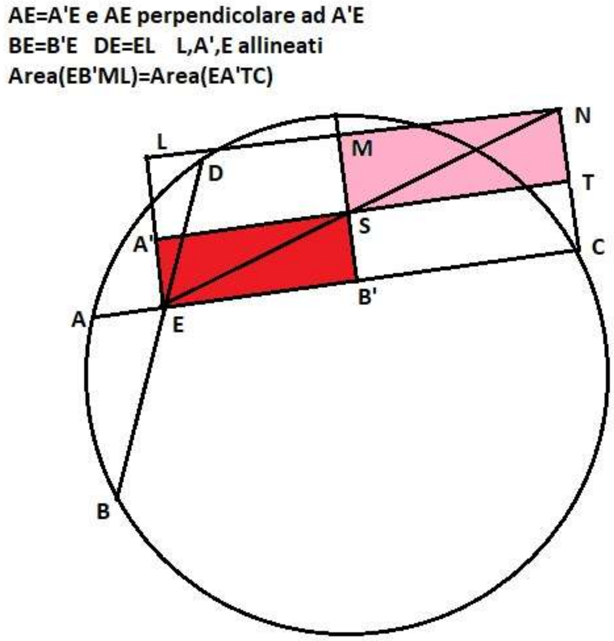
Come da figura, si riporta il segmento AL (parte della corda AM) sulla seconda corda BN dalla parte di N, ottenendo così il segmento A'L. Analogamente si fa per la seconda corda: si riporta la parte BL sulla corda AM dalla parte di M ottenendo così LB'. Si traccino ora le parallele A'U alla corda AM e B'K alla corda BN. Si costruisca infine il parallelogramma LNSM come da figura, con il lato SM parallelo alla corda NB e il lato NS parallelo alla seconda corda AM. Per il noto teorema dello gnomone i parallelogrammi LNKB' e LA'UM sono equivalenti (infatti per equiscomposizione si vede che le parti A'NKT e B'TUM sono equivalenti; da ciò la tesi). In definitiva il parallelogramma LNKB' (avente per lati le dimensioni della corda BN: BL = B'L e NL = NL) ed il parallelogramma LA'UM (avente per lati le parti della corda AM: AL = A'L e LM = LM) sono equivalenti.

c.v.d.



Dimostriamo ora il teorema delle due corde sfruttando la decomposizione. Operiamo in modo similare alla precedente dimostrazione. Consideriamo il segmento EA’ uguale ad AE e ad esso perpendicolare. Si considera quindi il segmento EB’ uguale a BE e perpendicolare ad EA’. Si prolunga allora il segmento EA’ fino ad L in modo che EL sia uguale a DE (parte della corda BD) . Si tracciano le parallele LN (a EC) e NC (a LE); ottenendo quindi il rettangolo ELNC. Per il teorema dello gnomone il rettangolo ELMB’ è equivalente al rettangolo EA’TC; dove il primo rettangolo ha le dimensioni uguali a quelle delle parti della corda BD ed il secondo a quelle della corda AC.

c.v.d.



Osservazione finale.

Si può in realtà enunciare il teorema delle corde come visto nella proposizione precedente, considerando quindi i rettangoli come particolari parallelogrammi, come d’altra parte sono per definizione. Ciò che si deve sottolineare è che in queste dimostrazioni sono stati usati metodi diversi da quelli tradizionali (similitudine tra triangoli , angoli alla circonferenza, etc.)

Lecce

Aprile 2023 Angelo Toma