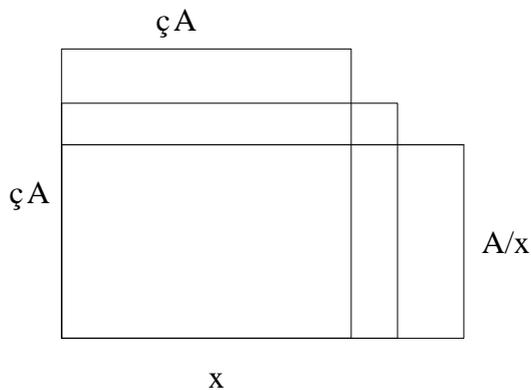


METODO DI ERONE PER IL CALCOLO DELLA RADICE QUADRATA DI UN NUMERO.

Questo metodo, dovuto ad Erone (Alessandria- 1° secolo A.C.), parte da un rettangolo di area di misura uguale al numero di cui si deve calcolare la radice quadrata e per successive approssimazioni perviene ad un quadrato (avente la stessa area del rettangolo iniziale) il cui lato è uguale quindi alla radice quadrata cercata.



A partire dal rettangolo di base x ed altezza A/x si passa a rettangoli che approssimino sempre più il quadrato di lato \sqrt{A} . Avremo quindi che x diminuirà e A/x aumenterà, tendendo indefinitamente entrambi al valore \sqrt{A} . Per velocizzare la tendenza alla radice cercata, possiamo costruire una formula ricorsiva nella quale si faccia uso della media aritmetica di due numeri.

Se x e A/x sono i valori delle dimensioni del rettangolo di partenza, il successivo valore della dimensione x lo troveremo facendo la media aritmetica $(x+A/x)/2$; tale valore rappresenterà la base del nuovo rettangolo. Rifacendo gli stessi calcoli otterremo quindi una sempre migliore approssimazione.

La formula ricorsiva sarà:

$$x_n = \frac{x_{n-1} + \frac{A}{x_{n-1}}}{2}$$

Esempio: si voglia calcolare la radice quadrata di 2.

Si avrà:

$$x_0 = 1 \quad x_1 = \frac{1 + \frac{2}{1}}{2} = \frac{3}{2} = 1.5 \quad x_2 = \frac{\frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{17}{12} = 1,41666667$$

$$x_3 = \frac{\frac{17}{12} + \frac{2}{\frac{17}{12}}}{2} = \frac{577}{408} = 1,414215686 \quad x_4 = \frac{\frac{577}{408} + \frac{2}{\frac{577}{408}}}{2} = \frac{665857}{470832} = 1,414213562$$

Quest'ultimo valore è proprio quello ottenibile con la calcolatrice.